3. Aritmetičke i logičke operacije

3.1 Aritmetika sa brojevima

3.1.1 Sabiranje i oduzimanje

Sabiranje cijelih brojeva u naprijed navedenoj formi drugog komplementa je jednostavno i vrši se kao i kod dekadnog sistema. Znači sabiraju se redom cifre (počevši od cifre najmanjeg značenja), a u naredni korak se vrši "prenos" iz predhodnog koraka.

Na primjer sabiranje dekadnih brojeva 7 i 6 je kako slijedi:

Binarno	Dekadno
0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0111 +	7
0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0110	6
0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 1101	13

Oduzimanje se vrši sabiranje tako što se umanjioc invertuje da se dobije negativan broj. Tako se dduzimanje 7-6 se dobija kao:

Binarno	Dekadno
0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0111 +	7
1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1010	-6
1 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0001	1

Prva jedinica u zbiru se odbacuje (jer ne može da "stane" u zapis dužine 32 bita) što u ovom slučaju odgovara potrebama.

Me|utim slična situacija može da nastane i kada je ova cifra potrebna u rezultatu operacije. Tada se kaže da je nastalo **prekoračenje** (overflow) i rezultat je naravno neispravan.

Tabela 5.1 prikazuje sve situacije u kojima može da nastupi prekoračenje.

Tabela 5.1

Operacija	Operand A	Operand B	Rezultat
A+B	0	0	0
A+B	0	0	0
A-B	0	0	0
A-B	0	0	0

3.1.2 Množenje i dijeljenje

Množenje se može postići uzastopnim sabiranjem, po sličnoj šemi kao što se radi sa dekadnim brojevima. U binarnom obliku ova šema je još jednostavnija. Evo jednog primjera kojim se množe brojevi 23 i 18.

Binarno	Dekadno
10111 x	23 x
10010	18
00000+	184
10111	23
00000	414
00000	
10111	
110011110	

Kao što se iz primjera vidi, množenje binarnih brojeva je jednostavno i vrši se sljedećim algoritmom:

1. Prepisati množenik, ako je binarna cifra množioca 1.
2. Upisati 0, ako je binarna cifra množioca 0.
3. U koracima 1 i 2 sabirke pomjerati ulijevo za jednu binarnu poziciju.

Dijeljenje je inverzna operacija množenju i vrši se uz pomoć oduzimanja. Djelioc se oduzima od djeljenika onoliko puta koliko je to moguće uraditi, a da se ne dobije negativan rezultat. Broj takvih koraka predstavlja rezultat dijeljenja, uz ostatak dobijen u posljednjem koraku. Na taj način se djellioc predstavlja kao:

djelioc=djelitelj*rezultat+ostatak.

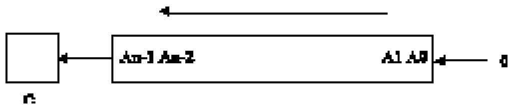
3.2 Logičke operacije

ž

3.2.1 Pomjeranje, AND i OR

Jedna klasa operacija kojom se vrše pomjeranja bitova u binarnom zapisu naziva se pomjeranje (ili šiftovanje od engleskog shift). Prikazaćemo nekoliko takvih operacija.

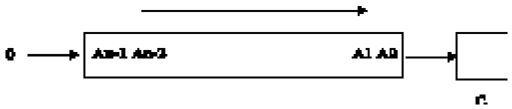
1. Pomjeranje ulijevo SHL (shift left)



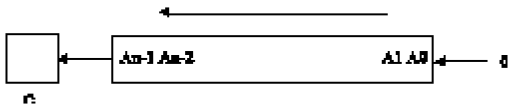
gdje poslije izvršavanja operacije imamo:

$C = A_{n-1}$, $A_{n-1}=A_{n-2}$,..., $A_1=A_0$, $A_0=0$.

2. Pomjeranje udesno

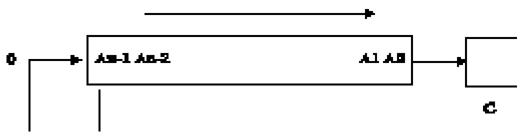


3. Aritmetičko pomjeranje ulijevo ASL (arithmetic shift left)



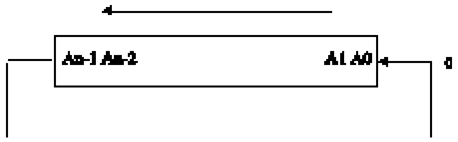
Znači, ASL = SHL

4. Aritmetičko pomjeranje udesno ASR (Arithmetic shift right)



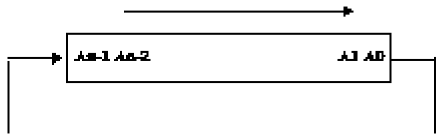
pri čemu je: $C = A_0$, $A_0=A_1$,..., $A_{n-2}=A_{n-1}$, $A_{n-1}=A_{n-1}$.

5. Rotacija ulijevo ROL (Rotate left)



pri čemu je: $A_0=A_{n-1}$, $A_1=A_0$, $A_2=A_1$,..., $A_{n-1}=A_{n-2}$

5. Rotacija udesno ROR (Rotate right)



pri čemu je: $A_0=A_1$, $A_1=A_2$, $A_2=A_3$,..., $A_{n-1}=A_0$

3.3 Vježbe

1. Uprostiti izraze:

a) $a \cdot b + a \cdot b \cdot c + b \cdot c.$

b) $a \cdot b + a \cdot \overline{b} \cdot c + b \cdot c.$

c) $(a \cdot \overline{b} + c)(\overline{a} + \overline{b}) \cdot \overline{c}.$

2. Ako je $a \cdot \overline{b} + \overline{a} \cdot b = c$, dokazati da je: $a \cdot \overline{c} + \overline{a\,c} = b.$

3. Pomoću Karnaug-ove karte odrediti bar jednu minimalnu DNF prekidačke funkcije zadate skupom indeksa:

a) f(1) =2,3,5,6,7,9,11,13.

b) f(0) =1,4,,5,6,11,12,13,14,15.

4. Primjenom Karnaug-ove karte naći:

a) Minimalnu DNF funkcije: $f(x_1,x_2,x_3)=\overline{x}1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x}4 + x_2 \cdot \overline{x}3 \cdot \overline{x}4 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$

b)Minimalnu KNF funkcije:

$f(x_1,x_2,x_3)=(x_1 + x_2 + x_3) \cdot (\overline{x}2 + x_4) \cdot (x_3 + \overline{x}4) \cdot (\overline{x}1 + x_3 + \overline{x}4)$